

Prove di soluzione di problemi aritmetici per le classi terza, quarta e quinta di scuola primaria¹

Come già annunciato nell'*Introduzione*, in questa nuova edizione del Test AC-MT sono state incluse nuove prove, in modo da meglio rispondere alle esigenze attuali di diagnosi e valutazione. Si tratta, nello specifico, di Prove di soluzione di problemi aritmetici (PS), realizzate in analogia con quelle pensate per la scuola secondaria di primo grado (Cornoldi e Cazzola, 2003).

Di esse, dirette ad alunni delle classi terze, quarte e quinte di scuola primaria, presentiamo in questo capitolo presupposti teorici, composizione strutturale, modalità di somministrazione e punteggio e dati normativi, oltre che il testo dei problemi proposti e una griglia osservativa. Quest'ultima, in particolare, presente anche nei protocolli di somministrazione, può essere utilizzata per registrare alcuni comportamenti critici del bambino durante la soluzione dei problemi, soprattutto in modalità individuale.

Ciascuna prova è composta da 5 problemi matematici che rappresentano quelli tipicamente proposti in classe, coerenti col programma scolastico previsto per la classe di riferimento. Le prove possono essere somministrate sia individualmente che collettivamente.

I due principali strumenti attualmente presenti nel panorama italiano per la valutazione di tale abilità negli alunni di scuola primaria sono il MAT-2 (Amoretti,

¹ Il presente capitolo è stato scritto in collaborazione con S. Drusi e C. Tencati.

Bazzini, Pesci e Reggiani, 2007) e il test SPM (Lucangeli, Tressoldi e Cendron, 1998).

Il test SPM è lo strumento di valutazione per eccellenza dell'abilità di problem solving: è particolarmente indicato qualora si voglia fare una valutazione approfondita dello stato di tutte le componenti cognitive coinvolte in questa capacità e si fonda su un importante modello teorico. Le misure ottenute descrivono però le competenze sottostanti più che la ordinaria abilità solutoria e il tempo richiesto per il suo svolgimento è piuttosto lungo, il che porta il clinico a utilizzarlo solo qualora vi sia un sospetto di deficit in quest'area.

Il test MAT-2 ha il pregio di valutare numerosi aspetti relativi al mondo del numero ma non offre una parte idonea per la valutazione di routine delle abilità di soluzione di problemi. Questo test inoltre non prevede una sezione di problemi per la classe quinta.

Per i motivi sopra elencati ci si è impegnati nella costruzione di esercizi per valutare l'abilità di soluzione di problemi degli ultimi tre anni della scuola primaria, costruendo una prova che contenesse problemi come quelli che gli alunni sono abituati a svolgere in classe.

Presupposti teorici

Gli studi cognitivi degli ultimi decenni del Ventesimo secolo hanno offerto un contributo essenziale per la comprensione dei meccanismi cognitivi coinvolti nella soluzione di problemi. Numerose ricerche, anche in Italia, si sono occupate del peso che le abilità cognitive (di comprensione, categorizzazione, pianificazione e riflessione) possono avere sull'abilità di soluzione di problemi. Passolunghi (1999) e colleghi (Passolunghi, Lonciari e Cornoldi, 1996) hanno ipotizzato che individui abili nella risoluzione di problemi presentassero buone abilità cognitive relative alla comprensione del testo e buone abilità di categorizzazione (per riconoscere a quale categoria può appartenere il problema): i risultati ottenuti hanno confermato che in studenti della scuola dell'obbligo il miglior predittore del successo scolastico nella risoluzione dei problemi è costituito dalla conoscenza dello schema del problema, seguito dall'abilità di comprensione del testo.

Nella risoluzione dei problemi matematici rientrano sia abilità generali di comprensione dei testi verbali sia abilità specifiche di comprensione dello schema matematico vero e proprio. In particolare, la comprensione verbale risulta essere una condizione necessaria, ma non sufficiente, a spiegare la comprensione dei problemi. Ne è infatti una condizione necessaria perché, qualora il bambino abbia difficoltà nella comprensione dei testi verbali, tale difficoltà ricade anche su quella di testi matematici, ma non ne è una condizione sufficiente, perché da

sola non sembra garantire la comprensione delle informazioni matematiche e dello schema del problema stesso.

Un'articolata letteratura sulle *learning disabilities*, e dunque sulle difficoltà di apprendimento specifico, ha mostrato infatti che bambini con difficoltà di comprensione verbale presentano spesso associate difficoltà nella soluzione di problemi matematici, ma bambini con difficoltà di comprensione di problemi matematici non necessariamente hanno una comprensione inadeguata di testi verbali.

Passolunghi, Cornoldi e De Liberto (1999) hanno inoltre rilevato come i solutori di problemi matematici non abili abbiano, in compiti che valutano la Memoria di Lavoro (ML), un ricordo più elevato di informazioni irrilevanti rispetto a quelle rilevanti. Questi studi mettono in risalto come il ruolo dei meccanismi di aggiornamento delle informazioni (*updating*) sia fondamentale nella soluzione dei problemi matematici. Durante un compito di problem solving la capacità di *updating* o «aggiornamento» entra in gioco sia nella comprensione che nella soluzione di un problema: la rappresentazione della situazione è arricchita non appena una nuova informazione è elaborata; è possibile inoltre che una nuova informazione porti a riconsiderare quella precedente e, se necessario, scartarla (meccanismi di attivazione e inibizione utili alla costruzione del modello mentale). Dalla ricerca condotta da Passolunghi e Pazzaglia (2005) è evidente come in compiti di *updating* gli alunni con disabilità matematica mostrino un minor numero di ricordi corretti e contemporaneamente commettano un maggior numero di errori di intrusione. Studenti con buona intelligenza selezionati in base alle loro difficoltà di memoria di aggiornamento incontrano anch'essi problemi nel ricordare le informazioni rilevanti in una serie di problemi aritmetici, nell'individuare la soluzione di altri problemi simili, nello svolgere dei calcoli (Passolunghi e Pazzaglia, 2004).

È bene specificare che il processo di problem solving per avvenire correttamente deve essere posto, per tutto il suo svolgimento, sotto un attento controllo da parte dell'individuo. Ann Brown (1978) ha descritto i processi metacognitivi di controllo che intervengono anche nella risoluzione di problemi matematici, i quali sono risultati infatti altamente correlati con il successo in matematica (Lucangeli e Cornoldi, 1997). In generale, studi successivi hanno confermato lo stretto legame tra delle buone competenze metacognitive e la qualità dell'apprendimento matematico (Lucangeli, Cornoldi e Tellarini, 1997; Lucangeli e Cabrele, 2006).

Strumento

Le prove di soluzione di problemi proposte (riportate alla fine del capitolo nelle figure 5.1, 5.2 e 5.3), per le ultime tre classi di scuola primaria sono nate con l'intento di perseguire questi scopi principali: proporre degli esercizi di agile

somministrazione; valutare l'abilità di problem solving attraverso esercizi che coinvolgessero molteplici argomenti trattati nell'anno scolastico per il quale sono stati creati; dare la possibilità all'alunno di svolgere il problema in totale libertà, utilizzando il metodo che è abituato ad avere in classe.

I problemi sono adatti al livello di scolarizzazione raggiunto. Ciascuna prova è stata infatti creata utilizzando problemi tratti principalmente da sussidiari e quaderni attualmente in uso e prendendo spunto dal format delle prove AC-MT per la scuola secondaria di primo grado (Cornoldi e Cazzola, 2003). La somministrazione prevede che a ogni alunno venga data una scheda contenente dei problemi da risolvere e un foglio di protocollo a quadretti. Viene utilizzata una prova di soluzione di problemi (PS) distinta per le classi terza, quarta e quinta, la cui modalità di somministrazione e correzione è analoga. Tutte e tre le prove richiedono la soluzione di 5 problemi di diversa difficoltà. La prova per la classe terza comprende problemi che prevedono l'utilizzo di tutte e quattro le operazioni e di nozioni di logica per essere risolti correttamente. I problemi della prova per la classe quarta vanno eseguiti usando le quattro operazioni, le frazioni e, anch'essi, nozioni di logica. La stessa struttura della prova di quarta è posseduta dalla prova per classe quinta, la quale però prevede anche la necessità di svolgere ragionamenti più complessi che, richiamando nozioni della vita quotidiana, vanno al di là del puro ragionamento aritmetico. Alla costruzione della batteria definitiva si è arrivati dopo una fase-pilota durante la quale si sono proposti ai bambini in classe numerosi problemi, al fine di ottenere una stima del tempo totale impiegato per giungere al termine della prova, e si sono individuati i problemi da includere nella prova definitiva. I problemi sono stati scelti in base alla misura della percentuale di successo e di insuccesso di ogni item (per accertare che la prova fosse calibrata per ogni fascia d'età) e — come indice di capacità dell'item di valutare l'abilità misurata dall'intera prova — la correlazione item-totale (che doveva essere alta, fatte salve specifiche finalità, come quella di includere un item più facile, che potesse mettere il bambino a suo agio).

Modalità di somministrazione e di attribuzione del punteggio

Agli alunni viene chiesto di risolvere i 5 problemi, secondo il metodo che sono abituati a usare in classe con le proprie insegnanti; è fornita inoltre l'indicazione secondo cui i problemi possono essere affrontati secondo l'ordine prescelto. La prova può essere proposta sia in forma individuale che collettiva; il tempo richiesto per concludere tutti i 5 problemi è di circa 40 minuti. Ai bambini è sufficiente dire di risolvere i problemi nel modo che preferiscono e fornire il foglio dove sono scritti e un foglio protocollo a quadretti dove possono liberamente svolgere i calcoli e annotare tutto ciò che reputano utile per risolverli.

Ogni problema ha un quesito esplicito. Quattro problemi hanno anche un quesito implicito (il passaggio necessario per affrontare il secondo passaggio, che permette di rispondere al quesito esplicito). A ciascuna risposta corretta data ai singoli quesiti di ogni problema va attribuito 1 punto. Laddove vi sia un'operazione impostata correttamente ma con un errore nel calcolo vengono assegnati 0,5 punti, lo stesso accade nel caso di problemi risultati sbagliati a causa di un errore dovuto alla trascrizione nel riportare un dato dal testo o di utilizzo di un risultato sbagliato frutto di un errore di calcolo dell'operazione precedente (trascinamento dell'errore). Il punteggio massimo ottenibile in ogni prova è 9.

- Problema n. 1: 2 item = 2 punti
- Problema n. 2: 2 item = 2 punti
- Problema n. 3: 1 item = 1 punto
- Problema n. 4: 2 item = 2 punti
- Problema n. 5: 2 item = 2 punti.

Campione

I dati normativi sono stati raccolti su un campione totale di 1902 alunni di scuola primaria: la tabella 5.1 permette di osservare nel dettaglio il numero di soggetti testati e la loro provenienza. Nella creazione delle norme sono stati esclusi gli alunni con certificazione di disabilità o stranieri non inseriti dalla classe prima della scuola primaria.

TABELLA 5.1
Classe, numerosità e provenienza (%) del campione

Classe	N	Calabria	Friuli Venezia Giulia	Piemonte	Trentino Alto Adige	Veneto	Lombardia
Terza	475	12	23	--	23	15	27
Quarta	743	9	17	--	25	30	19
Quinta	684	14	15	11	--	42	18

Validazione psicometrica

È stata calcolata l'affidabilità di ciascuna prova creata. Tutte e tre le prove godono di una buona affidabilità ($\alpha > .5$) (tabella 5.2).

TABELLA 5.2
Affidabilità per ciascuna prova

Classe	α di Cronbach
Terza	.73
Quarta	.68
Quinta	.70

È stata inoltre calcolata la correlazione tra gli item di ciascuna prova e il totale. Dai risultati emerge che ciascun item di ciascuna prova correla con gli altri e con il totale in maniera statisticamente significativa, il che ci suggerisce che gli item all'interno di ciascuna prova misurino tutti la stessa dimensione valutata dall'intera prova (tabella 5.3).

TABELLA 5.3
Correlazione di ciascun problema della prova rispetto alla prova nel suo complesso

	PS 1	PS 2	PS 3	PS 4	PS 5
Totale classe terza	.67**	.59**	.22**	.61**	.71**
Totale classe quarta	.54**	.6**	.3**	.58**	.42**
Totale classe quinta	.41**	.73**	.4**	.56**	.61**

** La correlazione è significativa al livello di $p < .001$.

Validità

Alcune ricerche hanno esaminato la validità della prova (si veda Cornoldi et al., 2012). Alla luce di quanto emerge dalla letteratura, si è deciso di correlare le prestazioni ottenute alla prova di soluzione di problemi con le prestazioni ad altre prove che misurassero direttamente la memoria di lavoro, in particolare la capacità di updating, o abilità che da un lato pure coinvolgono la memoria di lavoro, dall'altro sembrano direttamente implicate nella soluzione di problemi (la capacità di comprensione del testo, sia scritto che d'ascolto) (tabella 5.4).

In classe terza i risultati mostrano che le prestazioni alla prova di soluzione di problemi correlano in maniera statisticamente significativa sia con i risultati alla prova di comprensione del testo scritto che con quelli ottenuti nella prova che valuta la capacità di aggiornamento della memoria di lavoro. Lo stesso accade per le prestazioni ottenute dagli alunni di classe quarta. Infine, le prestazioni alla prova di soluzione di problemi degli alunni di classe quinta correlano in maniera statisticamente significativa con le prestazioni ottenute alla prova di updating

e di comprensione d'ascolto. Come si può evincere dalla tabella 5.5, le prove hanno una loro parziale indipendenza rispetto al calcolo: esse presentano infatti correlazioni positive, ma piuttosto basse.

TABELLA 5.4
**Correlazione della prova di soluzione di problemi aritmetici con:
prova MT di comprensione, prova di updating
e prova di comprensione d'ascolto**

Classe	MT Comprensione		Updating, ricordo ordinato		Comprensione d'ascolto, testo informativo	
	r	% alunni sul totale	r	% alunni sul totale	r	% alunni sul totale
Terza	.37**	37,89	.5**	61,47	--	--
Quarta	.48**	21,67	.37**	48,05	.06	25,84
Quinta	.52**	17,98	.49**	15,35	.3**	36,99

Nota. Le % si riferiscono alla parte dei bambini del campione di standardizzazione che è stata coinvolta in questo supplemento di indagine.

** La correlazione è significativa al livello di $p < .001$.

TABELLA 5.5
**Correlazioni fra i punteggi alla prova di soluzione di problemi
aritmetici e alla prova AC-MT carta e matita**

AC-MT					
Classe	N	Operazioni scritte	Giudizio di numerosità	Trasforma in cifre	Ordinamento
		r	R	r	r
Terza	127	.4**	.31**	.27**	.34**
Quarta	143	.37**	.31**	.33**	.28**
Quinta	123	.39**	.11	.27**	.47**

** La correlazione è significativa al livello di $p < .001$.

Dati normativi

I dati normativi della prova di soluzione di problemi aritmetici sono stati suddivisi per ciascuna fascia d'età a cui fanno riferimento, ovvero la classe terza, quarta e quinta di scuola primaria; per le classi terza e quarta esistono norme distinte in base al periodo di somministrazione: le norme iniziali fanno riferimento al primo quadrimestre mentre le finali al secondo. Nella tabella 5.6 vengono ripor-

tate le medie, le deviazioni standard e alcuni percentili critici corrispondenti alle fasce di prestazione della RA (richiesta di attenzione) e RI (richiesta di intervento).

La tabella 5.7 presenta i punteggi medi ottenuti dagli alunni del campione di standardizzazione (per la terza e la quarta i due periodi scolastici sono stati considerati insieme) per ciascun problema. In questo modo si può disporre di una informazione sul tasso di difficoltà, e notare che si sono previsti problemi di

TABELLA 5.6
**Numerosità del campione, medie, deviazioni standard
e fasce di prestazione per ciascuna prova**

	Norme iniziali (I quadrimestre)						Norme finali (II quadrimestre)					
	N	M	DS	RI (5°)	RA (15°)	Ottimale (75°)	N	M	DS	RI (5°)	RA (15°)	Ottimale (75°)
Classe terza	239	4,74	1,89	0-2	2,5-3	6-9	236	5,6	1,97	0-2	2,5-3	7-9
Classe quarta	455	4,98	2,17	0-2	2,5-3	7-9	297	6,51	2,14	0-2,5	3-4	8,5-9
	Norme uniche											
	N	M	DS	RI (5°)	RA (15°)	Ottimale (75°)						
Classe quinta	684	4,47	1,77	0-1,5	2-2,5	6-9						

TABELLA 5.7
**Medie e deviazioni standard dei punteggi ottenuti
per ciascun item di ogni prova**

Classe terza	M	DS
Problema 1	1,24	0,73
Problema 2	1,51	0,7
Problema 3	0,93	0,24
Problema 4	0,62	0,66
Problema 5	0,87	0,87

Classe quarta	M	DS
Problema 1	1,53	0,68
Problema 2	1,02	0,9
Problema 3	0,78	0,41
Problema 4	1,32	0,68
Problema 5	1,48	0,74

Classe quinta	M	DS
Problema 1	1,66	0,6
Problema 2	0,82	0,79
Problema 3	0,16	0,34
Problema 4	1,14	0,66
Problema 5	0,7	0,72

differente difficoltà e normalmente di media difficoltà. Si noti che la media per il terzo problema di ogni classe è più bassa per il fatto che il punteggio massimo assegnato non è 2, ma 1. Nel caso della quinta, il problema risulta molto difficile. L'abbiamo però conservato perché gode di ottime proprietà psicometriche ed è in grado di individuare le eccellenze nell'ambito delle abilità solutorie.

Qualora la risposta complessiva sia giusta si danno 2 punti anche se il risultato parziale è diverso da quello indicato in tabella 5.8, dove sono riportati risposte esatte e scoring per ognuna delle tre classi.

TABELLA 5.8
Risposte esatte e scoring per ciascuna prova

Classe terza		
Prova	Risposte esatte	Scoring
1	45	1
	9	1
2	78	1
	55	1
3	39	1
4	14	1
	224*	1
5	5	1
	10	1

* Oppure: $9 \times 16 = 144$ e $5 \times 16 = 80$, 1 punto; $144 + 80 = 224$, 1 punto.

Classe quarta		
Prova	Risposte esatte	Scoring
1	150	1
	1050	1
2	130	1
	260	1

3	6	1
4	125 1500	1 1
5	150 100	1 1

Classe quinta		
Prova	Risposte esatte	Scoring
1	18	1
	27	1
2	18.15	1
	09.15	1
3	22	1
4	208	1
	«1 giorno in meno» (oppure $13-11 = 2$)	1
5	32	1
	117.5	1

I testi dei problemi aritmetici proposti sono inoltre riportati nelle figure che seguono, differenziati per le classi terze (figura 5.1), quarte (figura 5.2) e quinte (figura 5.3), mentre nella tabella 5.9 è riprodotta una griglia osservativa diretta all'esaminatore, utile per registrare eventuali comportamenti critici dei bambini durante lo svolgimento delle prove.

SOLUZIONE DI PROBLEMI ARITMETICI*
1. Due classi formate da 22 e 23 alunni vanno a visitare una mostra. All'entrata gli alunni vengono suddivisi in 5 gruppi. <i>Quanti sono i bambini di ogni gruppo?</i> _____
2. Dalla sua finestra Giulia vede le rondini posate sui fili della luce. Ne conta 32 sul filo più basso e 46 sul filo più alto. Dopo un po' 23 volano via. <i>Quante rondini sono rimaste sui fili?</i> _____
3. Il biglietto per l'ingresso allo stadio costa 28 euro per un adulto e 11 euro per un bambino. <i>Quanto spenderanno per entrare Martina e il suo papà?</i> _____
4. La classe III A è composta da 16 alunni. Ognuno di loro ritaglia 9 bandierine verdi e 5 gialle per addobbare l'atrio della scuola. <i>Quante bandierine ritaglia tutta la classe?</i> _____
5. Marta ha 4 anni in meno di Lucia. Lucia ha 9 anni. Sara ha il doppio dell'età di Marta. <i>Quanti anni ha Sara?</i> _____

* Fornire al bambino un foglio a quadretti a parte, in modo che possa svolgere agevolmente tutte le operazioni richieste sia dai quesiti espliciti che dai quesiti impliciti.

Fig. 5.1 Prove di soluzione di problemi proposte in classe terza.

SOLUZIONE DI PROBLEMI ARITMETICI*
1. Un ciclista percorre 120 km al mattino e 30 km al pomeriggio. <i>E in una settimana?</i> _____
2. La scuola di Matteo è frequentata da 390 alunni. I $\frac{2}{3}$ di loro mangiano in mensa. <i>Quanti bambini pranzano a casa?</i> _____
3. Il figlio di Giulio ha il triplo dell'età della figlia di Carlo. La figlia di Carlo è nata 2 anni fa. <i>Quanti anni ha il figlio di Giulio?</i> _____
4. Ogni mese la mamma spende 36 euro per il latte, 67 euro per il pane e 22 euro per i giornali. <i>Quanto spende ogni anno?</i> _____
5. Una fabbrica di dolci ha prodotto 1200 cioccolatini e li ha messi in vendita in sacchetti da 8 cioccolatini ciascuno. <i>Quanti sacchetti di cioccolatini sono stati messi in vendita?</i> _____ <i>Se vengono venduti 50 sacchetti, quanti ne rimangono in totale?</i> _____

* Fornire al bambino un foglio a quadretti a parte, in modo che possa svolgere agevolmente tutte le operazioni richieste sia dai quesiti espliciti che dai quesiti impliciti.

Fig. 5.2 Prove di soluzione di problemi proposte in classe quarta.

SOLUZIONE DI PROBLEMI ARITMETICI*
1. Nella classe di Sara i maschi sono il doppio delle femmine. <i>Se le femmine sono 9, quanti sono gli alunni della classe?</i> _____
2. Il volo Roma – New York ,della durata di 9 h e con arrivo previsto per le 16.45, è partito con 1 ora e 30 minuti di ritardo. <i>A che ora arriva a New York?</i> _____
3. Agli alunni di una classe viene chiesto quanti animali domestici hanno. 8 alunni non possiedono animali. 3 alunni possiedono 2 animali. Il numero degli alunni che hanno 3 animali è la metà di quelli che non hanno nessun animale. Nessun alunno ha più di 3 animali. <i>Sapendo che i bambini di quella classe sono 19, sapresti dire quanti animali hanno in tutto?</i> _____
4. Elena come regalo di Natale per i suoi amici decide di fare dei biscotti al forno. I biscotti che le serviranno sono: 48 al cioccolato, 68 alle mandorle, 40 con l'uvetta e 52 alla marmellata. Per riuscire a consegnare i biscotti in tempo deve farne almeno 16 al giorno. <i>Quanti giorni le servono?</i> _____ Elena però il primo giorno è particolarmente volenterosa e ne cucina già 32. <i>Quanti giorni in meno dovrà cucinare?</i> _____
5. Il fioraio Piero ha 42 rose, 54 margherite, 24 tulipani e 72 gigli. Le rose e i tulipani costano 4 euro ciascuno, le margherite e i gigli costano 3,5 euro. Piero deve confezionare 6 mazzi uguali, contenenti tutte le varietà di fiori che ha a disposizione e usando tutti i fiori. <i>Da quanti fiori è composto un mazzo?</i> _____ <i>Quanto costa ogni mazzo?</i> _____

* Fornire al bambino un foglio a quadretti a parte, in modo che possa svolgere agevolmente tutte le operazioni richieste sia dai quesiti espliciti che dai quesiti impliciti.

Fig. 5.3 Prove di soluzione di problemi proposte in classe quinta.

TABELLA 5.9
**Griglia osservativa per le prove di soluzione
 di problemi aritmetici**

APPROCCIO	Sì	No
Legge tutti i problemi prima di affrontarli		
Comincia a svolgere la prova dall'inizio senza leggere tutti i problemi		
Se non riesce a procedere nello svolgimento di un problema torna a rileggere il testo		
Si distrae durante lo svolgimento e necessita di essere riportato sul compito		
Si arrende perché incontra difficoltà e non porta a termine la prova		
LETTURA	Sì	No
Silente		
A voce alta		
Chiede il significato di alcuni termini		
Chiede spiegazioni		
LAVORO SUL TESTO	Sì	No
Sottolinea o cerchia elementi salienti del problema (dati o domande)		
SVOLGIMENTO	Sì	No
Struttura il problema (dati, operazioni, risposta)		
Svolge solo le operazioni		
Fa i calcoli a mente e poi scrive solo il risultato		
Si aiuta con dei disegni/grafici nello svolgimento		
CONTROLLO	Sì	No
Al termine di ogni problema: rilegge il problema e poi ricontrolla lo svolgimento ricontrolla tutte le operazioni svolte		
<i>Tempo impiegato per lo svolgimento della prova: _____</i>		